



Corso di Laurea in Scienze Ambientali, A.A. 2026-27  
Matematica e statistica (Docente: Bertini)  
Esercizi settimanali

FOGLIO 1

**Esercizio 1.** Dimostrare le seguenti relazioni insiemistiche:

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

**Esercizio 2.** Siano  $A, B$  due insiemi. Dimostrare che le seguenti affermazioni sono equivalenti

- i)  $A \subset B$
- ii)  $A \cap B = A$
- ii)  $A \cup B = B$

**Esercizio 3.** Sia  $A, B$  e  $C$  tre insiemi non necessariamente disgiunti. Esprimere  $|A \cup B \cup C|$  in termini delle cardinalità di  $A, B, C$  e delle loro intersezioni.

**Esercizio 4.** Dopo aver intervistato 50 studenti si raccolgono i seguenti dati: 25 hanno studiato francese, 20 hanno studiato tedesco e 5 hanno studiato entrambe le lingue. Calcolare

- 1) quanti studenti hanno studiato solo francese,
- 2) quanti studenti hanno studiato solo tedesco,
- 3) quanti studenti non hanno studiato né francese né tedesco.

**Esercizio 5.** Dopo aver intervistato 60 persone si raccolgono i seguenti dati: 25 leggono Topolino, 26 leggono Tex, 23 leggono Diabolik. Inoltre, 9 leggono sia Topolino sia Tex, 11 sia Topolino sia Diabolik, 8 sia sia Tex sia Diabolik. Infine, 3 leggono tutti e tre i periodici. Calcolare

- 1) quanti leggono solo Topolino,
- 2) quanti leggono solo Tex,
- 3) quanti leggono solo Diabolik,
- 4) quanti leggono almeno uno dei tre periodici,
- 5) quanti leggono uno solo dei tre periodici,
- 6) quanti non leggono alcuno dei tre periodici.

**Esercizio 6.** Sia  $(\Omega, \mathbb{P})$  uno spazio di probabilità, e siano  $A, B$  e  $C$  tre eventi. Supponiamo di sapere  $A \cap B \cap C = \emptyset$  e  $\mathbb{P}(A \cap C) = 1/5$  e  $\mathbb{P}(B \cap C) = 2/5$ .

- 1) Calcolare  $\mathbb{P}((A \cup B) \cap C)$
- 2) Quali sono i possibili valori di  $\mathbb{P}(A \cap B)$ ? (Ad esempio, può essere  $\mathbb{P}(A \cap B) = 1$ ?)

**Esercizio 7.**

- 1) Se  $\mathbb{P}(A) = 1/3$  e  $\mathbb{P}(B^c) = 1/4$ ,  $A$  e  $B$  possono essere eventi disgiunti?
- 2) Se  $\mathbb{P}(A) = 1/4$  e  $\mathbb{P}(A \cup B) = 3/4$ , quanto vale  $\mathbb{P}(B)$  nel caso che  $A$  e  $B$  siano disgiunti?
- 3) Se  $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B) = 3/8$ , può verificarsi che  $\mathbb{P}(A \cup B) = 1/4$ ? E  $\mathbb{P}(A \cup B) = 7/8$ ?
- 4) Siano  $\mathbb{P}(A) = 3/4$  e  $\mathbb{P}(B) = 3/8$ . Si verifichi che  $1/8 \leq \mathbb{P}(A \cap B) \leq 3/8$ .

5) Si dimostri la disuguaglianza:

$$\mathbb{P}(A \cap B) \geq \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 1$$

**Esercizio 8.** Si lanciano 2 dadi equi, uno di colore rosso, l'altro di colore blu.

- 1) Descrivere lo spazio degli eventi elementari  $\Omega$ .
- 2) Descrivere, come sottoinsiemi di  $\Omega$ , i seguenti eventi: “il dado rosso vale 5”, “uno dei due dadi vale 5”, “entrambi i dadi valgono 5”, “nessun dado vale 5”, “la somma dei dadi vale 5”.
- 3) Calcolare la probabilità degli eventi nel punto precedente.

**Esercizio 9.** Si considera una famiglia con tre figli e siamo interessati al loro sesso.

- 1) Descrivere lo spazio degli eventi elementari  $\Omega$ .
- 2) Descrivere, come sottoinsiemi di  $\Omega$ , i seguenti eventi: “il figlio maggiore è maschio”, “(esattamente) un figlio è femmina”, “almeno un figlio è femmina”, “tra i figli sono presenti entrambi i sessi”.
- 3) Assumendo probabilità uniforme, calcolare la probabilità degli eventi nel punto precedente.