



Corso di Laurea in Scienze Ambientali, A.A. 2026-27
Matematica e statistica (Docente: Bertini)
Esercizi settimanali

FOGLIO 3

Esercizio 1. È noto che i gemelli possono essere omozigoti, in questo caso sono necessariamente dello stesso sesso, oppure eterozigoti, e in questo caso sono dello stesso sesso nel 50% dei casi. Sia p la probabilità che due gemelli siano omozigoti.

- 1) Calcolare, in funzione di p , la probabilità che 2 gemelli siano di sesso diverso.
- 2) Calcolare, in funzione di p , la probabilità che 2 gemelli siano omozigoti sapendo che sono dello stesso sesso.

Esercizio 2. In un'azienda le macchine A, B, e C producono rispettivamente il 40%, 10%, e 50% dei prodotti. Le rispettive percentuali di prodotti difettosi sono 2%, 3% e 4%. Scegliendo un prodotto a caso,

- 1) calcolare la probabilità che sia difettoso,
- 2) supponendo sia difettoso, calcolare le probabilità che sia stato prodotto dalla macchina A, B, o C.

Esercizio 3. Un canale di comunicazione trasmette segnali binari. A causa del rumore di fondo alcune volte viene trasmesso 0, ma è ricevuto 1; altre volte viene trasmesso 1 e ricevuto 0. Si assuma che

- la probabilità che uno 0 sia ricevuto correttamente è 0.94;
- la probabilità che un 1 sia ricevuto correttamente è 0.91.

Viene spedito un singolo bit, che con probabilità 0.45 è 0 e con probabilità 0.55 è 1. Calcolare:

- 1) la probabilità che venga ricevuto 1;
- 2) la probabilità che venga ricevuto 0;
- 3) la probabilità che sia stato trasmesso 1 se si è ricevuto 1;
- 4) la probabilità che sia stato trasmesso 0 se si è ricevuto 0;
- 5) la probabilità che si verifichi un errore di trasmissione.

Esercizio 4. In un'urna ci sono tre monete: la prima è equa ed ha testa (T) su di una faccia e croce (C) sull'altra, la seconda ha C su entrambe le facce, la terza ha T su entrambe le facce. Si estrae a caso una moneta dall'urna e la si lancia senza guardare di quale moneta si tratti.

- 1) Calcolare la probabilità che esca T.
- 2) Sapendo che la moneta ha reso T, calcolare la probabilità che sull'altra faccia ci sia C.

Supponendo che la moneta abbia reso testa, la si raccoglie e la si lancia nuovamente (senza guardare l'altra faccia della moneta).

- 3) Calcolare la probabilità di ottenere ancora T.

Esercizio 5. Si dispone di n lampadine, $n \in \mathbb{N}$, ognuna delle quali, l'una indipendentemente dalle altre, è funzionante con probabilità p e fulminata con probabilità $1 - p$, con $p \in (0, 1)$.

- 1) Disponendo le lampadine in serie, calcolare la probabilità che il circuito funzioni (se e solo se tutte le lampadine funzionano).

- 2) Disponendo le lampadine in parallelo, calcolare la probabilità che il circuito funzioni (se e solo se almeno una lampadina funziona).

Esercizio 6. (THE MONTY HALL PROBLEM: CAPRE E AUTOMOBILI) In uno spettacolo televisivo, uno spettatore deve scegliere una porta fra tre. Una delle porte nasconde un'automobile nuova, le altre due, una vecchia capra ciascuna dette capra A e capra B. Il contenuto della porta scelta sarà il premio assegnato allo spettatore. Una volta fatta la scelta la porta non viene aperta ma il presentatore apre invece una fra le due porte non scelte che rivela una capra. Il presentatore poi offre allo spettatore la possibilità di cambiare la porta da lui inizialmente scelta con l'altra porta ancora chiusa. Sia p la probabilità (condizionata) che la porta così offerta contenga l'automobile. Verificare che:

- 1) $p = 2/3$ se la strategia del presentatore è quella di mostrare sempre una capra, senza preferenze tra le capre.
- 2) $p = 1/2$ se il presentatore apre una porta a caso.
- 3) $p = 1/(1 + a)$ se si vede la capra A e la strategia del presentatore è quella di mostrare sempre una capra e nel caso ci siano 2 capre mostrare la capra A con probabilità a .

Esercizio 7. Lanciando due dadi equi a 6 facce, sia X il minimo tra i due risultati.

- 1) Calcolare la distribuzione di X .
- 2) Calcolare il valore atteso di X .

Esercizio 8. Si consideri un esame a risposta multipla organizzato al modo seguente. In totale ci sono 10 domande e per ogni domanda ci sono 4 possibili risposte, di cui una sola è corretta. L'algoritmo di valutazione è il seguente: ogni risposta giusta vale 3 e ogni risposta sbagliata (o non risposta) vale -1 . Alice risponde a caso a tutte le 10 domande.

- 1) Calcolare la probabilità che Alice ottenga la sufficienza (almeno 18/30).
- 2) Calcolare il valore di attesa del voto di Alice.
- 3) Calcolare la varianza del voto di Alice.

Esercizio 9. Una scatola contiene 10 transistor di cui 3 sono rotti. Si esamina un transistor alla volta (senza rimpiazzo) finché non se ne trova uno rotto. Calcolare il valore di attesa del numero di transistor esaminati.