



Corso di Laurea in Scienze Ambientali, A.A. 2026-27
Matematica e statistica (Docente: Bertini)
Esercizi settimanali

FOGLIO 4

Esercizio 1. Calcolare il prodotto scalare $\underline{v} \cdot \underline{w}$ nei seguenti casi e dire in quali casi i vettori $\underline{v}$ e $\underline{w}$ sono ortogonali.

- 1) $\underline{v} = (1, 2), \underline{w} = (1, 3);$
- 2) $\underline{v} = (2, 3), \underline{w} = (-6, 4);$
- 3) $\underline{v} = (1, 2, 1), \underline{w} = (1, 3, -7);$
- 4) $\underline{v} = (2, 3, 1), \underline{w} = (-6, 4, 1).$

Esercizio 2. Calcolare il coseno dell'angolo compreso tra il vettore $\underline{v}$ ed il vettore $\underline{w}$ nei seguenti casi e dire in quali casi i vettori $\underline{v}$ e $\underline{w}$ sono ortogonali.

- 1) $\underline{v} = (1, 3), \underline{w} = (1, -1);$
- 2) $\underline{v} = (2, 1), \underline{w} = (-1, 4);$
- 3) $\underline{v} = (2, 2, 2), \underline{w} = (1, 3, -4);$
- 4) $\underline{v} = (2, 3, 1), \underline{w} = (-2, 1, 2).$

Esercizio 3. Calcolare la distanza tra il punto P ed il punto Q nei seguenti casi (la distanza tra P e Q è uguale alla lunghezza del vettore applicato $\overrightarrow{PQ}$)

- 1) $P = (1, 2), Q = (3, 2);$
- 2) $P = (2, 1), Q = (1, 4);$
- 3) $P = (1, 2, 0), Q = (1, 4, -1);$
- 4) $P = (2, -1, 4), Q = (0, 1, -1).$

Esercizio 4. Siano $\underline{u} = (1, 0, -1), \underline{v} = (1, -1, 1)$. Trovare, se esistono, tutti i vettori di modulo 1 perpendicolari sia a $\underline{u}$ che a $\underline{v}$.

Esercizio 5. Siano $\underline{u} = (-1, 2)$ e $\underline{v} = (2, -\frac{2}{9})$ due vettori del piano.

- 1) Trovare due numeri reali a e b in modo che $a\underline{u} + b\underline{v} = (\frac{10}{3}, -1)$.
- 2) Esiste un numero reale λ tale che $\underline{u}$ sia perpendicolare a $\lambda\underline{v}$? Perché?

Esercizio 6. Il campo base degli esportatori italiani si trova 2km a SE (sud est) del campo base tedesco. Sapendo che il veicolo dei tedeschi è in panne 3km a E (est) del campo tedesco, calcolare

- 1) la distanza del campo base italiano dal veicolo in panne;
- 2) la direzione in cui conviene muoversi dal campo base italiano, per raggiungerlo, specificando cioè l'angolo che il vettore che indica tale direzione forma con la direzione NO (nord ovest).

Esercizio 7. Siano $\underline{u} = (1, \alpha)$ e $\underline{v} = (-2, \alpha + 1)$, con α parametro reale, due vettori del piano.

- 1) Determinare per quali valori di α risulta $2\underline{u} - \underline{v} = (4, 2)$
- 2) Determinare per quali valori di α i vettori $\underline{u}$ e $\underline{v}$ sono paralleli.
- 3) Determinare per quali valori di α i vettori $\underline{u}$ e $\underline{v}$ sono perpendicolari.

Esercizio 8. Trovare, se esistono, tre numeri x, y, z tali che comunque si prendano due tra i tre vettori

$$\underline{u} = (x, 1, 0) \quad \underline{v} = (1, y, 1) \quad \underline{w} = (1, 1, z)$$

questi risultino perpendicolari.

Esercizio 9. Si considerino le seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix},$$
$$C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & 3 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Calcolare, se possibile, i prodotti $A^2, AB, AC, AD, BA, B^2, BC, BD, CA, CB, C^2, CD, DA, DB, DC, D^2$.